

Mapas de Karnaugh

Los Mapas de Karnaugh (también llamados K-Maps) son una técnica gráfica utilizada en electrónica digital para minimizar expresiones booleanas sin necesidad de aplicar algebraicamente los teoremas del álgebra de Boole.

Fueron desarrollados por Maurice Karnaugh en 1953 como una mejora del diagrama de Veitch. Son especialmente útiles para funciones con hasta 4 o 5 variables, ya que permiten visualizar patrones y simplificar funciones de forma rápida y sistemática.

Ventaja principal: Reducir el número de puertas lógicas necesarias en un circuito, lo que disminuye el costo, el consumo de energía y las posibilidades de error.

Estructura de los Mapas de Karnaugh

Un mapa de Karnaugh es una tabla donde cada celda representa un mintermino (combinación única de entradas). Las celdas están dispuestas de forma que entre dos celdas adyacentes solo cambia un bit (código Gray), lo que facilita la agrupación de términos.

Número de celdas

Depende del número de variables de entrada:

Número de variables	Celdas en el mapa
2	4 (2x2)
3	8 (4x2)
4	16 (4x4)

Mapas por número de variables

Mapa de Karnaugh para 2 variables (A, B)

	B=0	B=1
A=0	m0	m1
A=1	m2	m3

Ejemplo:

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Función: $F(A,B) = \Sigma m(1,3) \rightarrow$ minterminos 1 y 3 valen 1.

	B=0	B=1
A=0	0	1
A=1	0	1

Agrupación: Se agrupan las dos celdas con "1" en la columna B=1 $\rightarrow F = B$

Mapa de Karnaugh para 3 variables (A, B, C)

	BC=00	BC=01	BC=11	BC=10
A=0	m0	m1	m3	m2
A=1	m4	m5	m7	m6

Nota: El orden de las columnas sigue el código Gray: 00, 01, 11, 10 (no binario natural).

Ejemplo:

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$$F(A,B,C) = \Sigma m(1,3,5,7)$$

	BC=00	BC=01	BC=11	BC=10
A=0	0	1	1	0
A=1	0	1	1	0

Agrupación: Todos los "1" están en la columna BC=01 y BC=11 → corresponden a C = 1
→ F = C

Mapa de Karnaugh para 4 variables (A, B, C, D)

	CD=00	CD=01	CD=11	CD=10
AB=00	m0	m1	m3	m2
AB=01	m4	m5	m7	m6
AB=11	m12	m13	m15	m14
AB=10	m8	m9	m11	m10

Ejemplo:

$$F(A,B,C,D) = \Sigma m(0,1,2,4,5,6,8,9,12,13,14)$$

Se llenan las celdas correspondientes con "1" y se procede a agrupar.

Reglas para la minimización con Mapas de Karnaugh

1. Solo agrupar celdas adyacentes (incluyendo bordes opuestos: el mapa es "toroidal").
2. Las agrupaciones deben tener tamaño potencia de 2: 1, 2, 4, 8, 16 celdas.
3. Cada grupo debe ser lo más grande posible.
4. Todas las celdas con "1" deben estar cubiertas.
5. Una misma celda puede pertenecer a varios grupos (para maximizar el tamaño).
6. No agrupar ceros.
7. Cada grupo genera un término producto (AND) simplificado.

Cómo obtener la función simplificada

Para cada grupo:

- Elimina las variables que cambian dentro del grupo.
- Conserva las variables que permanecen constantes.
- Si la variable es 1 → aparece directa; si es 0 → aparece negada.

Ejemplo (3 variables):

Grupo horizontal en A=1, C=1, B cambia → término: A . C

Ejemplo completo: Simplificación de una función de 4 variables

Función:

$$F(A,B,C,D) = \Sigma m(0,1,2,4,5,6,8,9,12,13,14)$$

Paso 1: Llenar el mapa

	CD=00	CD=01	CD=11	CD=10
AB=00	1	1	0	1
AB=01	1	1	0	1
AB=11	1	1	0	1
AB=10	1	1	0	1

Paso 2: Agrupar

	CD=00	CD=01	CD=11	CD=10
AB=00	1	1	0	1
AB=01	1	1	0	1
AB=11	1	1	0	1
AB=10	1	1	0	1

- Grupo 1: Los 8 unos de la columna izquierda (CD=00 y CD=01) $\rightarrow C'$ (C=0)
 - AB no los tomamos porque cambian en la selección.

	CD=00	CD=01	CD=11	CD=10
AB=00	1	1	0	1
AB=01	1	1	0	1
AB=11	1	1	0	1
AB=10	1	1	0	1

- Grupo 3: Los 4 unos de la columna (CD=10) y (CD=00) $\rightarrow D'$ (D=0)

Resultado simplificado:

Ya que hemos abarcado todos los 1, tendremos la siguiente función:

$$F = D' + C'$$

(Este es un ejemplo típico de función que se simplifica a dos términos.)

Ejemplo 1 :

	CD=00	CD=01	CD=11	CD=10
AB=00	1	1	0	1
AB=01	0	1	0	0
AB=11	0	1	0	0
AB=10	0	1	0	0

Ejemplo 2 :

	CD=00	CD=01	CD=11	CD=10
AB=00	0	1	1	0
AB=01	1	0	0	1
AB=11	1	0	0	1
AB=10	0	1	1	0

Ejemplo 3 :

	CD=00	CD=01	CD=11	CD=10
AB=00	1	1	0	0
AB=01	1	1	0	0
AB=11	1	1	1	1
AB=10	1	1	1	1

Ejemplo 4 :

	CD=00	CD=01	CD=11	CD=10
AB=00	1	0	0	1
AB=01	1	0	1	1
AB=11	1	0	1	1
AB=10	1	0	0	1

Ejemplo 5 :

	CD=00	CD=01	CD=11	CD=10
AB=00	1	1	1	1
AB=01	0	1	1	0

AB=11	0	1	1	0
AB=10	1	1	1	1

Casos especiales

Condiciones irrelevantes (Don't Care - X)

- En algunas aplicaciones, ciertas combinaciones de entrada nunca ocurren.
- Se marcan con X y pueden usarse como 0 o 1, según convenga para hacer grupos más grandes.

Ejemplo:

En un display de 7 segmentos, las combinaciones 10–15 no se usan en BCD → se marcan como X.

Aplicaciones prácticas

- Diseño de circuitos combinacionales: sumadores, decodificadores, multiplexores.
- Optimización de controladores lógicos (PLCs).
- Implementación eficiente de funciones en FPGA o microcontroladores.
- Reducción de hardware en sistemas embebidos.

Ventajas y desventajas

Ventajas	Desventajas
Método gráfico y visual	Solo útil hasta 5 variables
Rápido y sistemático	Difícil de automatizar
Reduce errores algebraicos	Requiere práctica para dominarlo
Ideal para diseño manual	Para más de 5 variables se usan algoritmos (Quine-McCluskey)

Resumen de pasos para usar un Mapa de Karnaugh

1. Obtener la tabla de verdad o la suma de minterminos.
2. Dibujar el mapa según el número de variables.
3. Colocar un "1" en cada mintermino de la función.
4. Agrupar los "1" siguiendo las reglas (potencias de 2, adyacencia, máximo tamaño).
5. Escribir el término producto para cada grupo.
6. Sumar todos los términos (forma SOP: Suma de Productos).
7. Dibujar el circuito con puertas lógicas.

Glosario

Término	Definición
Mintermino	Combinación única de variables que produce un 1 en la salida
Mapa de Karnaugh	Herramienta gráfica para minimizar funciones booleanas
Agrupación	Conjunto de celdas adyacentes con valor 1
SOP	Suma de productos (forma canónica simplificada)
Don't Care (X)	Condición irrelevante que puede tomarse como 0 o 1

Ejemplo:

Diseñe el circuito de control para una alarma contra incendios con las siguientes características:

- Tiene la opción de ser activada de forma manual desde un interruptor el cual siempre dispara la alarma, adicionalmente tiene un sensor de humo y uno de temperatura, los cuales disparan la alarma si los dos están accionados.

El circuito debe estar optimizado con compuertas lógicas.

A = Manual

B = Humo

C = Temperatura

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

	AB				
C		00	01	11	10
	0	0	0	1	1
	1	0	1	1	1

Se selecciona en potencia de 2 : 1, 2, 4, 8, 16.... (primer opcion cuatro 1 y dos 1)

	AB				
C		00	01	11	10
	0	0	0	1	1
	1	0	1	1	1

	AB				
C		00	01	11	10
	0	0	0	1	1
	1	0	1	1	1

$$Z = BC + A$$

Ejercicio:

Un tribunal de oposiciones está formado por un presidente (P) y tres vocales (A, B y C). La decisión de que un alumno apruebe (1) o suspenda (0), se toma por mayoría y, en caso de empate, prevalece el voto de calidad del presidente.

Se pide:

- La tabla de verdad del proceso de votación.
- La función lógica simplificada por Karnaugh.
- Implementar la función simplificada en arduino.

Recursos:

<https://www.youtube.com/watch?v=nIgIREYHbx4>

https://www.youtube.com/watch?v=vacBsx_ZljY

<https://www.youtube.com/watch?v=9dd6eW6-p1M&t=2s>

<https://www.youtube.com/watch?v=AqUp-RZVzt8>