

Sistemas Numéricos

Los números se pueden representar en distintos sistemas de numeración que se diferencian entre si por su base.

Así el sistema de numeración decimal es de base 10, el binario de base 2, el octal de base 8 y el hexadecimal de base 16. El diseño de todo sistema digital responde a operaciones con números discretos y por ello necesita utilizar los sistemas de numeración y sus códigos. En los sistemas digitales se emplea el sistema binario debido a su sencillez.

Cualquier número de cualquier base se puede representar mediante la siguiente ecuación polinómica:

$$N = a_1 \cdot b^n + a_2 \cdot b^{n-1} + a_3 \cdot b^{n-2} + \dots + a_0 \cdot b^0 + a_{-1} \cdot b^{-1} + \dots$$

Siendo b la base del sistema de numeración. Se cumplirá que $b > 1$; a_i es un número perteneciente al sistema que cumple la siguiente condición: $0 \leq a_i < b$.

SISTEMA DECIMAL

Su origen lo encontramos en la India y fue introducido en España por los árabes. Su base es 10. Emplea 10 caracteres o dígitos diferentes para indicar una determinada cantidad: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. El valor de cada símbolo depende de su posición dentro de la cantidad a la que pertenece. Veámoslo con un ejemplo:

$$136_{10} = 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$$

$$136,42_{10} = 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2}$$

SISTEMA BINARIO

Es el sistema digital por excelencia, aunque no el único, debido a su sencillez. Su base es 2. Emplea 2 caracteres: 0 y 1. Estos valores reciben el nombre de bits (dígitos binarios). Así, podemos decir que la cantidad 10011 está formada por 5 bits. Veamos con un ejemplo como se representa este número teniendo en cuenta que el resultado de la expresión polinómica dará su equivalente en el sistema decimal:

$$10011_2 = 1 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 = 19_{10}$$

Recordar que todo número elevado a la potencia 0, es 1.

0	$0 \times 2^0 = 0$
1	$1 \times 2^0 = 1$
10	$1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 2$
11	$1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 3$
100	$1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 4$
101	$1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5$
110	$1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 6$
111	$1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 7$
1000	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 8$
1001	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 9$
1010	$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 10$

$$\begin{aligned}
1011 & 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 11 \\
1100 & 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 12 \\
1101 & 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13 \\
1110 & 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 14 \\
1111 & 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 15 \\
10000 & 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 16 \\
10001 & 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 17
\end{aligned}$$

Y así sucesivamente.

SISTEMA OCTAL

Posee ocho símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Su base es 8.

Este sistema tiene una peculiaridad que lo hace muy interesante y es que la conversión al sistema binario resulta muy sencilla ya que, $8 = 2^3$. Así, para convertir un número de base 8 a binario se sustituye cada cifra por su equivalente binario.

Binario Octal

000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Como se puede observar, se necesitan 3 bits para representar el sistema octal.

SISTEMA HEXADECIMAL.

Está compuesto por 16 símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Su base es 16. Es uno de los sistemas más utilizados en electrónica, ya que además de simplificar la escritura de los números binarios, todos los números del sistema se pueden expresar en cuatro bits binarios al ser $16 = 2^4$. La conversión de un número hexadecimal a uno binario es muy sencilla al igual que en el sistema octal.

Binario Headecimal

0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D

1110 E
1111 F

Como se puede observar, se necesitan 4 bits para representar el sistema hexadecimal.

CONVERSIONES

CONVERSIÓN ENTRE BINARIO Y DECIMAL

Si la conversión es de binario a decimal, aplicaremos la siguiente regla: se toma la cantidad binaria y se suman las potencias de 2 correspondientes a las posiciones de todos sus dígitos cuyo valor sea 1. Veamos dos ejemplos:

$$101111_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 45_{10}$$

$$10101_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 21_{10}$$

Si la conversión es de decimal a binario, aplicaremos la siguiente regla: se toma la cantidad decimal dada y se divide sucesivamente entre 2. Los restos obtenidos en cada división (0, 1), forman la cantidad binaria pedida, leída desde el último cociente al primer resto. Se presentaran los ejemplos en forma de tabla debido a la dificultad que supone utilizar el sistema tradicional de división con el editor:

Nº Decimal	Base	Cociente	Resto	
107	2	53	1	$107_{10} = 1101011_2$
53	2	26	1	
26	2	13	0	
13	2	6	1	
6	2	3	0	
3	2	1	1	

Cuando tengamos un número con decimales seguiremos el siguiente procedimiento: multiplicaremos por 2 la parte decimal y se toma como dígito binario su parte entera. El proceso se repite con la fracción decimal resultante del paso anterior, hasta obtener una fracción decimal nula, o bien hasta obtener el número de cifras binarias que se desee. Ejemplo: 107,645. Como anteriormente convertimos 107 a binario, el resultado de la conversión quedaría así: 1101011, 10100101₂	Fracción decimal	Multiplica do por:	Resultado	Dígito binario
	0,645	2	1,290	1
	0,290	2	0,580	0
	0,580	2	1,160	1
	0,160	2	0,320	0
	0,320	2	0,64	0
	0,64	2	1,28	1
	0,28	2	0,56	0
	0,56	2	1,12	1

CONVERSIÓN ENTRE OCTAL Y BINARIO

Si la conversión es de octal a binario cada cifra se sustituirá por su equivalente binario. Tendremos en cuenta la siguiente tabla para hacer la conversión de modo más rápido:

Carácter octal	Nº binario	Ejemplo: 55,35 ₈ Resultado: 101 101, 011 101 ₂
0	000	
1	001	
2	010	
3	011	
4	100	
5	101	
6	110	
7	111	

Si la conversión es de binario a octal se realiza de modo contrario a la anterior conversión, agrupando los bits enteros y los fraccionarios en grupos de 3 a partir de la coma decimal. Si no se consiguen todos los grupos de tres se añadirán, los ceros que sean necesarios al último grupo, veámoslo con un ejemplo:

Ejemplo: 11011111,11111 ₂ Resultado: 237,76 ₈ Observa como ha sido necesario añadir un cero en la última agrupación de la parte entera y otro en la parte fraccionaria para completar los grupos de 3 dígitos.	Agrupación	Equivalente octal
	010	2
	011	3
	111	7
	,	,
	111	7
	110	6

CONVERSIÓN ENTRE OCTAL Y DECIMAL

Si la conversión es de octal a decimal se procederá como observas en el ejemplo:

$$740_8 = 7 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 0 \times 8^0 = 448 + 32 + 0 = 480_{10}$$

Si la conversión es de decimal a octal se procederá de modo similar a la conversión de decimal a binario, pero dividiendo entre 8. Comprueba los resultados en el siguiente ejemplo:

$$426_{10} = 652_8$$

$$426 / 8 > \text{Cociente } 53, \text{ Residuo } = 2$$

$$53 / 8 > \text{Cociente } 6, \text{ Residuo } = 5$$

CONVERSIÓN ENTRE BINARIO Y HEXADECIMAL

La conversión entre binario y hexadecimal es igual al de la conversión octal y binario, pero teniendo en cuenta los caracteres hexadecimales, ya que se tienen que agrupar de 4 en 4. La conversión de binario a hexadecimal se realiza según el ejemplo siguiente:

Sistema binario	Sistema Hexadecimal	Ejemplo: 1011111,110001 ₂ Agrupando obtenemos el siguiente resultado: 0101 1111, 1100 0100 ₂ Sustituyendo según la tabla logramos la
0000	0	
0001	1	
0010	2	
0011	3	
0100	4	
0101	5	
0110	6	

0111	7	conversión esperada: 5F, C4 ₁₆
1000	8	
1001	9	
1010	A	
1011	B	
1100	C	
1101	D	
1110	E	
1111	F	

La conversión de hexadecimal a binario simplemente sustituiremos cada carácter por su equivalente en binario, por ejemplo:

$$69DE_{16} = 0110\ 1001\ 1101\ 1110_2$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Para pasar de binario a decimal

- a) 11001_2 Solución: 25_{10}
b) 1011011011_2 Solución: 731_{10}

2. Para pasar de decimal a binario

- a) 869_{10} Solución: 1101100101_2
b) 8426_{10} Solución: 10000011101010_2

3. Para pasar de binario a octal

- a) 111010101_2 Solución: 725_8
b) $11011, 01_2$ Solución: $33,2_8$

4. Para pasar de octal a binario

- a) 2066_8 Solución: 010000110110_2
b) 14276_8 Solución: 001100010111110_2

5. Para pasar de binario a hexadecimal

- a) 110001000_2 Solución: 188_{16}
b) $100010,110_2$ Solución: $22,C$

6. Para pasar de hexadecimal a binario

- a) $86BF_{16}$ Solución: 1000011010111111_2
b) $2D5E_{16}$ Solución: 0010110101011110_2

7. Para pasar de octal a decimal

- a) 106_8 Solución: 70_{10}
b) 742_8 Solución: 482_{10}

8. Para pasar de decimal a octal:

- a) 236_{10} Solución: 354_8
b) 52746_{10} Solución: 147012_8